

L'enseignant de mathématiques aux temps des technologies numériques : un cadre théorique adaptant la double approche pour étudier son activité

Maha Abboud

CY Cergy Paris Université

Ce texte porte sur l'activité de l'enseignant de mathématiques utilisant des technologies numériques. Il est composé de deux parties. La première esquisse un panorama des études récentes et des modèles théoriques qui ont été développés pour étudier la dimension enseignante dans des environnements d'apprentissage et d'enseignement intégrant ces technologies. La deuxième présente un cadre théorique pour l'étude de l'activité de l'enseignant dans des situations ordinaires de classe : la DAaT (Double Approche adaptée aux Technologies). Ce cadre prend appui sur la Double Approche didactique et ergonomique des pratiques (Robert et Rogalski, 2002) tout en y introduisant des adaptations et y apportant des compléments et des prolongements afin de rendre compte de la spécificité des environnements étudiés. Les concepts théoriques ainsi développés sont présentés et discutés. La conclusion revient sur l'utilité des outils et résultats issus de la recherche dans ce domaine pour l'enrichissement des pratiques ou pour leur formation.

Mots-clés : activité de l'enseignant ; technologies numériques ; mathématiques ; situations ordinaires ; cadre de la DAaT

Mathematics teachers in the time of digital technologies: A theoretical framework adapting the double approach to study their activity

This text deals with the mathematics teacher's activity in digital technologies-based sessions. It is composed of two parts. The first part outlines recent studies and theoretical models that have been developed to study the teaching dimension in learning and teaching within environments integrating these technologies. The second presents a theoretical framework for the study of the teacher's activity in ordinary classroom situations: the DAaT (Double Approach applied to Technology). This framework is derived from the Double Didactic and Ergonomic Approach (Robert and Rogalski, 2002) while introducing adaptations and adding complementary constructs in order to better consider the

specificity of the studied environments. The theoretical concepts thus developed are presented and discussed. The conclusion returns to the usefulness of the theoretical and methodological tools provided by the research in this field for the enrichment of teacher practices or for teacher education.

Keywords: teacher's activity; digital technologies; mathematics; ordinary sessions; the DAaT framework

El profesor de matemáticas en la época de las tecnologías digitales: un marco teórico que adapta el doble enfoque para estudiar su actividad

El presente trabajo se centra en la actividad del profesorado de matemáticas que utiliza tecnologías digitales y se divide en dos partes. La primera ofrece una visión general de los estudios recientes y de los modelos teóricos que se han desarrollado para estudiar la dimensión docente en entornos de enseñanza y aprendizaje que incorporan estas tecnologías. La segunda presenta un marco teórico para el estudio de la actividad del profesor en situaciones ordinarias de aula: DAaT (Doble Enfoque aplicado a la Tecnología). Este marco se basa en el Doble Enfoque Didáctico y Ergonómico de las Prácticas (Robert y Rogalski, 2002), introduciendo adaptaciones, desarrollando complementos y prolongaciones para reflejar la naturaleza específica de los entornos estudiados. Se presentan y discuten los conceptos teóricos que se han desarrollado de esta manera. Como conclusión, se examina la utilidad de las herramientas y los resultados de la investigación en este campo para enriquecer las prácticas o para su formación.

Palabras clave: actividad del profesor; tecnologías digitales; matemáticas; situaciones ordinarias; marco DAaT

I. Introduction

Le comité scientifique de la 21^e École d'été de didactique des mathématiques m'a demandé d'assurer un cours à objectif double : donner aux participants une vue d'ensemble sur l'état actuel des travaux en didactique des mathématiques sur les pratiques d'enseignants¹ avec les technologies numériques et présenter les développements théoriques dans mes propres travaux relativement à cette thématique. Le texte actuel reprend volontiers ce découpage.

Depuis l'arrivée des technologies numériques en classe il y a près de quatre décennies², la didactique, en France et au niveau international, s'est emparée de cette thématique et a cherché *via* différentes approches à étudier l'impact de ces technologies sur l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. Les premières années ont été marquées par la réflexion sur les technologies comme support d'une amélioration conséquente des apprentissages, voire de l'émergence de nouveaux apprentissages, ainsi que sur le changement des pratiques scolaires en général du fait des fonctionnalités de production et de

¹ Pour éviter les lourdeurs d'une écriture inclusive systématique, nous utilisons tout au long de ce texte les termes « enseignant » et « chercheur ».

² En France, le plan Informatique pour tous (IPT) a traduit en 1985 la volonté de l'institution d'introduire massivement les technologies à l'école et a conduit à un équipement conséquent des établissements et à des formations massées des enseignants à son utilisation.

communication de ces technologies³. Après ce premier focus sur les technologies elles-mêmes et leurs potentialités, les recherches ont commencé à montrer qu'il fallait prendre en compte le rôle crucial de l'enseignant si l'on s'intéressait à une intégration réussie des technologies en classe, tirant profit de toutes leurs potentialités. Ce mouvement peut être attribué d'une part à une nouvelle vision de cette intégration comme s'inscrivant dans le temps et qui de fait va au-delà de la vision première d'une innovation (Bruillard et Baron, 2006). D'autre part, l'étude d'une diversité de situations d'utilisation réussies en classe, souvent réalisées dans des contextes expérimentaux, ne permettait pas de rendre suffisamment intelligibles les caractéristiques intrinsèques de ces situations et la dynamique qui se joue en classe entre les différents acteurs. En parallèle, la recherche a mis en avant la complexité des environnements technologiques ainsi que la nécessité d'étudier les changements que cela impliquait dans la pratique de l'enseignant (Artigue, 2007).

Les premiers travaux qui ont pris l'enseignant comme objet de recherche avaient comme objectif sous-jacent d'aider aux changements des pratiques (vers des pratiques plus innovantes) plus que de produire des connaissances sur ces pratiques (Lagrange *et al.*, 2003). Étant donné que des études conduites dans des conditions expérimentales ont montré l'étendue des potentialités des technologies pour l'apprentissage des mathématiques, il a paru pertinent de chercher à comprendre les obstacles qui empêchaient l'enseignant, en dehors de ces conditions, d'en profiter pour enrichir les apprentissages de ses élèves (problèmes d'accès aux équipements, manque de formation...) ou bien les facteurs qui rendraient cet enrichissement possible (les conceptions des enseignants sur les technologies et leurs motivations – ou non – pour les utiliser) (voir par exemple Bottino et Furinghetti, 1996 ; Monaghan, 1998 ; Cuban *et al.*, 2001).

Le besoin s'est fait ressentir ensuite d'explorer les conditions dans lesquelles les technologies numériques⁴ (TN) contribueraient effectivement aux apprentissages des élèves dans des contextes ordinaires de classe (Clark-Wilson *et al.*, 2017). En plus du constat de non exploration de ces contextes soulevé par la recherche elle-même, ce nouveau pas franchi peut aussi être dû à la fois à une meilleure performance et généralisation des équipements et au fait que plusieurs de ces outils technologiques (notamment les logiciels de géométrie dynamique et le tableur) avaient atteint une maturité suffisante pour que leur usage soit crédible au-delà de la frange des enseignants innovateurs (Bruillard et Baron, 2006).

Dans la première partie de ce texte, j'esquisserai un panorama des études récentes et des concepts théoriques qui ont été développés, au niveau international, relativement à la dimension enseignante dans des environnements d'apprentissage et d'enseignement intégrant les technologies.

Dans la deuxième partie, je m'intéresserai en particulier aux situations d'intégration des TN dans les classes ordinaires. J'ai étudié ces situations en m'appuyant sur le cadre de la double approche didactique et ergonomique des pratiques (Robert et Rogalski, 2002) mais en y faisant des adaptations et y apportant

³ Ainsi, pendant longtemps et même parfois jusqu'à présent, on a utilisé l'acronyme TICE (technologies d'information et de communication pour l'enseignement) pour désigner un éventail large de technologies, certaines spécifiques pour la classe et d'autres n'ayant pas directement d'objectifs pour l'enseignement, mais ayant des potentialités d'information et de communication qui participeraient à l'amélioration du travail des acteurs dans le système scolaire.

⁴ Désormais, quand nous parlerons des technologies ou technologies numériques, nous sous-entendrons « les technologies numériques pour l'enseignement » ; son équivalent anglais *digital technology* est couramment utilisé dans la recherche internationale.

des compléments pour rendre compte de la spécificité des environnements étudiés. Je présenterai les concepts théoriques qui ont été ainsi développés aussi bien dans mes propres travaux que dans ceux effectués en collaboration avec des didacticiens travaillant sur la même thématique et ayant le même ancrage théorique. Le pronom « nous » employé dans cette deuxième partie se rapporte d'une façon générale à ces collectifs. Les ateliers associés à ce cours (Abboud *et al.*, 2023 in Vandebrouck *et al.*, 2023) illustrent les utilisations faites de ces concepts et offre une présentation de leurs prolongements en cours dans des recherches sur les pratiques des enseignants et des formateurs.

2. Partie I : un panorama de l'état actuel de la recherche

Le panorama que nous dressons dans cette partie ne prétend pas à l'exhaustivité. Il se veut plutôt informatif, permettant de situer le cadre que nous développons ici (partie II) par rapport à d'autres similaires, ou pas, au niveau international. Le point de départ commun est de reconnaître que l'intégration des TN dans la pratique enseignante est un processus à complexité multiple et qui s'inscrit dans une temporalité longue.

Dans les dix dernières années, plusieurs articles ou ouvrages ont eu pour objectif de faire le point sur l'évolution des recherches sur les TN dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques (Hoyles et Lagrange, 2010).

Citons pour commencer, l'article de Sinclair et Yerushalmy (2016) qui offre une revue de littérature des articles parus dans les actes des colloques *Psychology of Mathematics Education* (PME) entre 2006 et 2016. Les auteurs y énoncent un constat central qui est celui du travail important qui a été réalisé pour le développement et l'affinement des théories existantes ainsi que l'émergence de plusieurs nouvelles perspectives théoriques. Certains des cadres théoriques utilisés dans les recherches sur les TN se basent sur des approches développées pour l'étude de l'enseignement des mathématiques mais qui n'impliquent pas spécifiquement l'utilisation d'outils technologiques. D'autres sont spécifiquement développées pour la prise en compte de ces outils comme la théorie de la médiation sémiotique élaborée par Bartolini Bussi et Mariotti (2008) pour décrire et modéliser les processus d'enseignement/apprentissage intégrant l'utilisation des artefacts. Les auteurs soulignent également une tendance des chercheurs à combiner deux ou plusieurs perspectives théoriques afin de rendre compte adéquatement de leurs contextes de recherche. Les théories générales de l'apprentissage sont combinées avec des théories qui mettent davantage l'accent sur l'utilisation des outils et leur rôle dans l'apprentissage ; une de celles le plus citées est l'approche instrumentale (Rabardel, 1995).

Un autre article adoptant la même optique est celui de Trgalová *et al.* (2018) qui revient sur une vingtaine d'année de contributions au groupe de travail⁵ sur les technologies dans les colloques CERME (*Conference of the European Society of Mathematics Education*). Les auteurs y proposent une grille de lecture des différentes dimensions et objectifs des recherches présentées dans ces contributions. Concernant la dimension enseignante, ils identifient quatre aspects : étudier le rôle de l'enseignant dans les environnements

⁵ Pendant les premières rencontres de CERME, un seul groupe de travail accueillait les contributions sur les TN. À partir de CERME 8, la quantité des contributions soumises a amené à sa subdivision en deux groupes, adoptant deux perspectives : élève, enseignant.

technologiques ; analyser les pratiques des enseignants relativement à ces environnements ; caractériser les connaissances et compétences requises pour une utilisation efficace des TN ; concevoir et évaluer les programmes d'éducation et de formation des enseignants. Là encore, on voit apparaître le besoin de développer des cadres théoriques particulièrement adaptés à l'étude de ces aspects. L'approche instrumentale semble avoir engendré des développements théoriques qui se sont révélés féconds en particulier pour les deux premiers aspects.

2.1. Des développements théoriques en lien avec l'approche instrumentale

L'approche instrumentale a été développée dans les années quatre-vingt-dix par Rabardel (1995) dans le champ de la psychologie ergonomique. Elle met en avant la notion des genèses instrumentales à travers lesquelles « le sujet élabore ses instruments dans un ensemble de possibles ouverts par les potentialités des artefacts et celles de ses schèmes d'utilisation propres ou de ceux qui lui sont socialement proposés » (Rabardel, 1999). Elle permet ainsi d'analyser l'appropriation d'un artefact, autant dans la logique de la maîtrise de cet artefact que dans l'utilisation de celui-ci par un apprenant pour atteindre ses objectifs. Elle dit cependant peu de chose sur la compréhension que ce dernier a des concepts en jeu et sur les connaissances (ici mathématiques) engagées dans son activité avec l'artefact. Ceci peut expliquer pourquoi les chercheurs en didactique des mathématiques ont tendance à la combiner avec d'autres approches théoriques, généralement répondant à des préoccupations épistémologiques. Ainsi, le premier développement de l'approche instrumentale lors de son importation dans le champ de la didactique a consisté à la combiner avec la théorie anthropologique du didactique dans les travaux d'Artigue (2002) et de Lagrange (2000).

Dans la suite, Trouche (2004, 2005), inscrivant ses travaux dans le cadre de l'approche instrumentale, a mis en évidence que la complexité de la construction et de la conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques se traduit par une complexité accrue du rôle de l'enseignant. Cela l'a conduit à élaborer la notion d'orchestration instrumentale pour rendre compte du rôle de l'enseignant dans une classe utilisant plusieurs artefacts et la manière dont ce dernier agit sur les genèses instrumentales des élèves. Les orchestrations que l'enseignant met en place quand il utilise les technologies reposent selon Trouche (*ibid.*) sur deux éléments : la configuration didactique et les modes d'exploitation de cette configuration. Pour ajouter à ces deux éléments une perspective ad-hoc et souligner qu'une orchestration instrumentale ne se joue pas uniquement lorsque l'enseignant prépare la classe, Drijvers *et al.* (2010) ont adjoint un troisième élément : la performance didactique. Cette dernière considère en particulier la manière de réaliser effectivement, dans la classe, la configuration didactique et les modes d'exploitation choisis. L'utilisation de ce nouveau construit théorique pour analyser des observations dans plusieurs classes a permis à Drijvers *et al.* (*ibid.*) d'identifier différents types d'orchestration qu'un enseignant met en œuvre et qui sont en lien avec ses connaissances, son expérience et ses opinions sur l'enseignement des mathématiques et le rôle que la technologie peut y jouer.

Faisons ici une digression pour souligner que ce constat de l'interdépendance de la pratique des enseignants et de leurs conceptions relatives aux technologies n'est pas nouveau et a déjà fait l'objet de plusieurs études au fil du temps. Citons en particulier Ruthven et Hennessy (2002) qui ont élaboré un modèle des attentes des enseignants vis-à-vis des TN. Ce modèle rend compte des attentes des enseignants vis-à-vis de la technologie, de la façon dont ces attentes s'articulent entre elles et dont elles sont liées aux potentialités

de la technologie, mais aussi à des aspirations plus générales de l'enseignant quant aux conditions de l'apprentissage en classe (indépendamment des TN). Utilisant ce modèle dans son travail de thèse, Caliskan-Dedeoglu (2006) rajoute que ces attentes ne sont cependant pas une simple « transposition » aux TN de conceptions préexistantes. Les systèmes d'attente apparaissent déterminés par les remises en cause imposées par la technologie et par les contraintes des conditions d'exercice du métier.

En sortant de l'espace européen⁶, évoquons une autre perspective théorique intégrant des éléments de l'approche instrumentale dans un cadre théorique plus large : MPTK –*Mathematics Pedagogical Technology Knowledge*– (Thomas et Palmer, 2014). En effet, s'inscrivant dans la lignée des travaux de Shulman (1986) sur les PCK (*Pedagogical Content Knowledge*) qui traite des connaissances nécessaires aux enseignants pour enseigner un contenu donné, Mishra et Koehler (2006) ont proposé le modèle TPACK (*Technological Pedagogical Content Knowledge*) qui modélise les connaissances pédagogiques, disciplinaires et technologiques des enseignants et les intersections possibles entre elles. Ce modèle souligne l'importance de fusionner toutes ces connaissances afin « d'utiliser correctement la technologie pour offrir le meilleur environnement d'apprentissage et les meilleurs résultats d'apprentissage aux élèves » (*ibid*). Néanmoins, Thomas et Palmer (2014) relèvent que ce modèle ne fournit aucune orientation réelle sur la manière d'utiliser la technologie pour atteindre cet objectif et que cet inconvénient le rend moins utile dans un sens immédiat et pratique. Ils proposent un autre modèle, celui des MPTK. Ce modèle reprend les travaux de Shulman et fait suite à ceux de Ball *et al.* (2008) sur les types des connaissances des enseignants qui interviennent dans leur développement professionnel (MKT-*Mathematical Knowledge for Teaching*). Mais ces derniers étant considérés d'une façon générale indépendante des technologies, les auteurs rajoutent au modèle un élément central, celui des genèses instrumentales de l'enseignant relatives aux environnements technologiques qu'ils utilisent. Pour parfaire le cadre, ils rajoutent aussi la prise en compte des croyances, motivations et attitudes des enseignants à l'égard de l'utilisation de la technologie dans l'enseignement des mathématiques. Ce cadre peut être ainsi considéré comme un exemple d'un ensemble intégré de théories puisqu'il combine l'approche instrumentale avec les aspects relatifs à différentes connaissances sur l'enseignement en donnant une part importante à l'affect de l'enseignant (Clark-Wilson *et al.*, 2020).

2.2. À la recherche de cadres explicatifs à différents niveaux de granularité

La tendance à élaborer des cadres holistiques permettant de rendre compte de l'ensemble des éléments entrant en compte dans l'étude de la dimension enseignante relative aux TN, implique certes de doter le chercheur de cadres permettant de modéliser, répertorier et hiérarchiser les données et les résultats. Cependant, cela ne va pas sans le risque de perdre de vue la finesse de grain d'analyse nécessaire pour comprendre la réalité de la classe au jour le jour. Autrement dit, ces cadres peuvent fournir un moyen puissant pour décrire le paysage de la pratique enseignante dans sa globalité mais ne vont pas jusqu'à dénicher, analyser et interpréter les détails de ce paysage. Des chercheurs, comme Lagrange et Monaghan (2009) se sont souciés de faits similaires lorsqu'ils soulignent que les cadres existants se focalisent sur l'analyse des routines établies des enseignants alors que la technologie perturbe justement ces routines et fait surgir des phénomènes inattendus dans la classe que l'enseignant aura à traiter. Ils rajoutent que les cadres utilisés devraient non seulement répondre à la question du « comment » mais aussi du « pourquoi »

⁶ Les travaux auxquels nous faisons référence dans ce paragraphe ont été entrepris aux États-Unis et en Nouvelle-Zélande.

de ces phénomènes. Ainsi, Monaghan (2004) explique comment le fait que les outils d'analyse à sa disposition ne lui permettaient pas d'interpréter pleinement les résultats de ses observations l'a amené à faire appel à un modèle culturel, externe à la didactique, celui du modèle des quatre paramètres de Saxe (1991). Centré sur la notion de buts émergents, ce modèle lui a permis en particulier d'analyser les phénomènes inattendus et les défis que rencontrent les enseignants, de comprendre comment ils réagissent différemment pour y faire face, en fonction des connaissances et paramètres professionnels, et de considérer les objectifs d'enseignement qui changent et se développent pendant et suite à la pratique des technologies en classe.

Adoptant une autre approche, mais toujours dans le but de comprendre la réalité des pratiques dans le contexte de la vie de classe et de rendre visible l'action des enseignants et leurs connaissances basées sur l'expérience, Ruthven (2009, 2010) propose ce qu'il appelle une « conceptualisation naturaliste » (*naturalistic conceptualisation*) de l'intégration des technologies dans les pratiques des classes. Se basant sur ses propres travaux sur les pratiques des enseignants (britanniques), l'auteur essaye de souligner ce qui lui semble commun et de structurer ce qui façonne les pratiques d'enseignement avec les TN. La conceptualisation ainsi conçue repose sur la définition de cinq caractéristiques structurantes de la pratique enseignante : le format de d'activité, le script curriculaire, l'économie temporelle, l'environnement de travail et le système de ressources. Ce cadre permet aussi selon l'auteur, de montrer que le développement professionnel des enseignants se produit grâce aux réponses aux défis pratiques que leur pose leur utilisation des TN et à leur réflexion sur l'efficacité de ces réponses (Bozkurt et Ruthven, 2018). Dans le chapitre conclusif d'un ouvrage collectif rassemblant plusieurs recherches sur les enseignants et les TN⁷, Ruthven (2014) compare son propre cadre à d'autres comme la typologie des orchestrations instrumentales ou les TPACK afin de montrer d'une part une certaine compatibilité entre eux malgré leurs perspectives différentes sur l'étude de l'enseignant utilisant les technologies. Il conclut sur la nécessité de fournir des cadres relevant d'un « inventaire » organisé d'un ensemble de concept divers, mais que le passage à un niveau intermédiaire *more concrete* semble indispensable. Il souligne l'importance de compléter de tels cadres à travers le développement d'outils permettant une analyse plus fine de l'expérience de l'enseignant lorsqu'il intègre les TN dans sa classe. Bien entendu, de tels outils existent déjà dans la recherche didactique mais nous interprétons la proposition de l'auteur comme un besoin d'une vigilance, à long terme, de donner de la place à des études se situant au niveau micro d'analyse (Abboud et Rogalski, 2017).

À la lumière de ce qui a été dit plus haut, nous constatons une grande variété de cadres dans le domaine qui ont permis un foisonnement de résultats. Nous relevons également ces dernières années des synthèses récurrentes des thèmes, questions, résultats et perspectives des recherches produites dans le but de donner une vue d'ensemble du domaine qui offre la possibilité de mieux comprendre les défis théoriques, méthodologiques et pratiques relatifs à l'enseignement des mathématiques avec les technologies (Clark-Wilson *et al.*, 2020). Enfin, nous notons des tentatives de capitaliser les différents construits théoriques à travers des modèles englobants et structurants, dans le but de mieux appréhender dans sa globalité, la question de la dimension enseignante relative aux TN.

⁷ *The mathematics teacher in the digital era* (Clark-Wilson, Robutti et Sinclair, 2014).

3. Partie II : la double approche adaptée aux technologies (DAaT)

Observatrice, et aussi actrice, du paysage de l'enseignement secondaire des mathématiques et ses différentes approches de l'intégration des TN⁸, nous avons progressivement traitées des problématiques dont le dénominateur commun est celui de la pratique de l'enseignant et de sa formation. Les recherches ainsi développées se situent dans une perspective résolument pragmatique dans le sens où leurs objectifs sont d'observer et d'analyser des pratiques d'enseignement dans des contextes ordinaires afin de mieux les comprendre et de mettre en lumière les facteurs qui les conditionnent. Nous partons ici du postulat que cette compréhension approfondie est une condition nécessaire au développement de formations permettant aux enseignants de mieux appréhender la complexité des environnements technologiques pour l'enseignement et de tirer un meilleur parti de leurs potentialités pour les apprentissages mathématiques.

Le cadre théorique qui nous a semblé le plus adéquat pour mener à bien notre entreprise est celui de la double approche didactique et ergonomique (désormais DA). Ce cadre est en fait assez « souple », pour permettre à la fois d'observer des faits didactiques liés à l'enseignement des mathématiques et des faits liés aux contextes dans lesquels les enseignants exercent leurs métiers. Observer et étudier les pratiques à travers ce cadre permet de les aborder sous deux angles, un premier large rendant possible de capter des caractéristiques communes à un niveau global, ce qui est partagé au-delà des variabilités, et un second plus serré permettant d'aborder à un niveau local l'activité de l'enseignant en classe en interaction avec l'activité de ses élèves.

Avant d'aller plus loin, rappelons brièvement des éléments de base de la DA⁹.

La DA est inscrite dans la théorie de l'activité au sens où se sont les activités des sujets en situation (enseignants, élèves) qui organisent les observations et les analyses (Rogalski, 2008). C'est la prise en compte de manière imbriquée des apprentissages visés pour les élèves et du métier de l'enseignant agissant comme professionnel qui a donné lieu à ce cadre théorique (Robert et Rogalski, 2002, 2005). L'analyse des pratiques y met en scène cinq composantes. La composante cognitive traduit les choix de l'enseignant relatifs aux contenus mathématiques, aux tâches des élèves et à leur organisation, à l'échelle d'une séance ou d'un ensemble de séances. La composante médiative est relative aux choix des déroulements, aux types d'interventions pour accompagner le travail des élèves. La composante institutionnelle considère la gestion par l'enseignant des conditions et contraintes liées à l'institution telles que les programmes, les horaires et les ressources imposées. La composante sociale correspond à ce qui est déterminé dans les pratiques de l'enseignant par le fait que sa profession a une dimension sociale, qu'il est soumis dans son établissement à des choix collectifs et qu'il a à composer avec le milieu social des élèves. Enfin, la composante personnelle est celle qui permet d'exprimer que l'enseignant étudié est un individu singulier ayant sa propre histoire, ses propres représentations sur les mathématiques, sur l'enseignement (et dans

⁸ Tout en étant consciente qu'on ne peut pas traiter de manière homogène les différents types des technologies numériques pour la classe de mathématiques (bases d'exercices en ligne, tableur, logiciels de géométrie dynamique), j'assume ici pour la fluidité du propos d'utiliser l'appellation TN en me centrant sur les logiciels utilisés en classe pour des apprentissages mathématiques en dehors des logiciels de programmation et de toute technologie récente – comme la réalité augmentée par exemple.

⁹ Ce cadre faisant partie depuis plusieurs années du paysage théorique de la didactique de mathématiques en France, le lecteur trouvera quantité de publications lui permettant d'en approfondir sa connaissance, notamment un ouvrage collectif coordonné par Vandebrouck (2008).

notre cas, sur les technologies). C'est la recomposition de ces cinq composantes qui permet d'accéder à la compréhension des pratiques de l'enseignant.

Ce cadre a constitué un point d'ancrage pour nos recherches. Il n'a cependant pas été suffisant pour qu'on puisse rendre compte dans nos analyses de tout ce qui pouvait être spécifique à un contexte d'intégration des TN, du fait que la présence d'artefacts matériels (technologiques ou non) et la façon dont leurs utilisations affectent les activités des sujets, élèves et enseignant, n'y est pas un point central. D'après Lagrange (2013), ceci reflète les contextes pour lesquels la DA a été élaborée, où des artefacts comme les outils papier/crayon ou comme le tableau noir interviennent dans les pratiques professionnelles, mais où les utilisations sont très vite stabilisées et même naturalisées du fait de leur longue histoire.

Ainsi, la double approche a d'abord servi de cadre pour observer les pratiques en captant le plus possible de leur réalité. Mais pour comprendre et interpréter les résultats en lien avec ce que les apprentissages des élèves et l'activité de l'enseignant ont de particulier en environnements technologiques, il a fallu développer ensuite des moyens théoriques qui y soient plus adaptés. Les adaptations et les élaborations successives, au fil des recherches, nous permettent aujourd'hui de désigner cet ensemble de construits théoriques comme étant un cadrage de double approche adaptée aux technologies (DAaT).

Dans les deux parties qui suivent nous expliciterons ces adaptations. Les trois ateliers rattachés à ce cours pendant l'École d'été en ont constitué des moments d'approfondissements spécifiques (Abboud *et al.*, 2023 in Vandebrouck *et al.*, 2023).

3.1. Regard global sur les pratiques : la définition de trois axes d'analyse

En nous appuyant sur le modèle des cinq composantes d'analyse des pratiques, nous avons été amenées à compléter et réorganiser ce modèle pour rendre compte et interpréter dans nos études des phénomènes spécifiques à l'intégration des TN. Cette première élaboration théorique distingue trois axes pour guider les analyses : l'axe pragmatique, l'axe temporel et l'axe cognitif (Abboud-Blanchard, 2013, 2014).

Analyser les déroulements de séances intégrant les TN révèle rapidement des phénomènes qui dépassent la seule étude des interactions élèves-enseignant et leur rôle dans les apprentissages des élèves. Ces phénomènes concernent en particulier l'environnement de travail installé pour l'exécution des tâches, les formes d'organisation des phases à l'intérieur de la séance ainsi que le rôle donné aux interactions des élèves avec la machine. A titre d'exemple, lorsqu'on interroge un enseignant sur le manque de phases de bilan dans des séances en salle informatique, on obtient souvent des réponses du type : « *je sais bien que le but du bilan c'est d'échanger mais bon c'est toujours le souci, là aussi il faut pouvoir reprendre la main parce que là c'est bien beau mais ici on donne une consigne ils écoutent tous, si tu ne bloques pas les ordinateurs ils ne s'arrêtent pas moi, j'y arrive pas, je suis obligé d'hurler...* ». En général, même si l'enseignant reconnaît l'importance des interventions collectives (aides, rappels, bilans...), la disposition des élèves dans l'environnement de travail et leur activité individuelle sur machine rendent difficile de reprendre l'attention et le prive des moyens habituels d'uniformiser l'avancement du travail en classe. Ce constat de quasi-disparition des bilans (Artigue *et al.*, 2007) ainsi que d'autres constats du même ordre relatifs à la gestion de classe, montrent que l'intégration des technologies dans ses pratiques implique pour l'enseignant un fonctionnement dans des environnements de travail inhabituels engendrant des adaptations considérables, voire des ruptures pour lui-même et pour ses élèves. Ceci nous a amenée à définir *un axe pragmatique* de

l'étude des pratiques qui prend en considération la prégnance d'aspects spécifiques de la gestion des enseignements qui va au-delà du devenir des tâches prescrites pendant les déroulements, qui est l'objectif premier des analyses relatives à la composante médiative.

Analyser les déroulements des séances et interroger les enseignants sur ces séances laissent voir également une complexité relativement à la temporalité de l'enseignement dans les environnements technologiques. Cette question du temps concerne non seulement ce qui se passe en classe mais va au-delà pour inclure le temps que l'enseignant consacre à son activité hors la classe. Bien évidemment la question du temps est couramment présente dans les recherches en didactique, mais nous observons qu'elle occupe une place plus importante lorsqu'il s'agit de séances intégrant les TN. Cette observation peut permettre de mieux comprendre les choix et les actions de l'enseignant lorsqu'il s'agit de préparer et/ou de gérer la classe. En reprenant l'exemple de l'enseignant précédemment cité, une des raisons qu'il avance pour ne pas atteindre les objectifs de sa séance est le temps conséquent passé à aider les élèves : « *pour regarder juste ce qu'ils sont en train de faire, là on est obligé de prendre à chaque fois au moins 9 minutes juste pour regarder ce qu'ils font* ». Ces constats nous ont amenée à définir un *axe temporel* d'analyse des pratiques enseignantes. Mobiliser l'analyse autour de cet axe nous a permis de relever dans toutes les séances observées un décalage important entre le temps prévu et le temps effectif, mal vécu par les enseignants et qui les contraint parfois à réduire la portée de l'activité de l'élève et de faire des guidages rapprochés afin d'atteindre *a minima* certains des objectifs initialement prévus. En croisant avec l'analyse selon l'axe pragmatique, on voit que ce décalage peut être dû aux écarts de rythmes d'exécution des tâches par les élèves, phénomène amplifié par l'éclatement de la classe en « mini-classes » (un ou deux élèves par machine) fonctionnant de façon autonome (Abboud-Blanchard, 2013).

Le rajout de ces deux axes, *pragmatique et temporel*, pour l'analyse des pratiques intégrant les TN ne voile aucunement la dimension *cognitive* de l'analyse, qui est alors spécifiée à ces environnements d'apprentissage et d'enseignement. Nous constatons par exemple que les choix quant à la nature des tâches mathématiques proposées aux élèves sont conditionnés par les incitations institutionnelles et les prescriptions des programmes (déterminants institutionnels des pratiques). Même si certains enseignants sont conscients qu'ils n'exploitent pas toutes les potentialités des technologies qu'ils utilisent, ils pensent qu'ils font les choix optimaux compte tenu des contraintes relatives aux injonctions institutionnelles, à l'avancement dans le programme, à l'hétérogénéité des élèves (concernant les apprentissages mathématiques et l'utilisation des technologies) et aux conditions matérielles d'équipement. Ce constat a été également fait dans le contexte britannique par Ruthven et Hennessy (2002) qui ont souligné que les enseignants voient d'abord les TN à travers leurs conceptions des technologies et leurs motivations pour leur utilisation (déterminants personnels des pratiques) et les intègrent *a minima* dans leurs progressions habituelles, réduisant ainsi leurs éventuels effets spécifiques sur le travail mathématique de l'élève.

Nous relevons aussi que les tâches préparées sont en général plus riches qu'en papier-crayon puisqu'elles demandent de nombreuses adaptations comme par exemple, la construction d'étapes dans le raisonnement géométrique ou bien l'articulation de cadres algébrique et graphique (Robert et Vandebrouck, 2014). Toutefois, les analyses des déroulements des séances, selon les axes pragmatique et temporel, laissent voir parfois des interventions de l'enseignant qui aboutissent à un découpage des tâches en sous tâches simples réduisant les marges de manœuvre de l'élève et par là-même son activité mathématique. Dans son étude des pratiques d'enseignants ordinaires, Monaghan (2004) souligne aussi un tel type de décalage. D'un côté, les technologies permettent à l'enseignant de mettre en place des

séances de travail qui s'avèrent peu viables dans les conditions traditionnelles de travail. D'un autre côté, l'enseignant a tendance à guider de plus près le travail de l'élève en s'enfermant dans un scénario encore plus rigide que dans les séances papier-crayon.

Pour récapituler, la réorganisation et le rajout de dimensions d'analyse nous sont apparus comme nécessaires pour mieux comprendre les phénomènes observés et étudiés lorsqu'il s'agit des pratiques relatives aux TN. Les cinq composantes définies dans le cadre de la DA sont ainsi reconfigurées pour le contexte de l'utilisation des technologies comme le montre le schéma (Figure 1) ci-dessous :

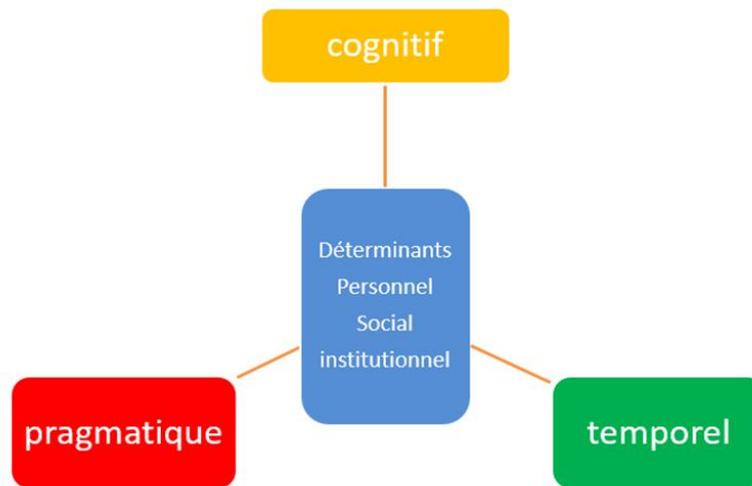


Figure 1. – Structure des trois axes : cognitif, pragmatique et temporel

- l'axe cognitif rend compte de la composante cognitive ;
- l'axe pragmatique intègre la composante médiative, mais va au-delà pour considérer l'ensemble de l'environnement de travail ;
- l'axe temporel vient se rajouter, avec une place aussi importante que les deux précédents ;
- les composantes personnelle (incluant le rapport aux TN), sociale et institutionnelle jouent le rôle de déterminants permettant de mieux comprendre l'analyse des pratiques selon les trois axes.

À noter que ces trois axes sont en permanence imbriqués et certaines interprétations au sein de l'un d'eux pourraient se rapporter à un autre comme nous l'avons déjà montré plus haut. Les choix faits avant et pendant les séances sont souvent le résultat d'un compromis entre les trois déterminants.

Cette élaboration synthétique est néanmoins à portée restreinte. Elle permet essentiellement d'avoir un regard global sur l'expérience vécue par les enseignants dans leur classe. Elle a besoin d'être complétée par un regard fin et local sur les pratiques d'enseignants donnés dans des situations données, et c'est ce que nous développerons dans la partie qui suit. Néanmoins, étudier les pratiques des enseignants de façon qualitative donne lieu de fait à des recherches ponctuelles, contextualisées et portant sur un nombre restreint d'enseignants. Comme souligné dans la première partie de ce texte (cf. Ruthven, 2014), il y a besoin de capitaliser à travers une vision globale les résultats de ces études afin de repérer ce qui se révèle être partagé, au-delà des contextes et des cadres théoriques à l'œuvre. Cette élaboration par conséquent propose une structure permettant d'appréhender la dimension collective dans les réponses des enseignants à des questions et des contraintes existantes dans les contextes professionnels « ordinaires », ce qui peut

avoir un impact direct sur la formation des enseignants, notamment en enrichissant le recueil des ressources dont disposent les formateurs.

3.2. Observer et étudier l'activité de l'enseignant à un niveau local/micro

Observer des séances de classe situe notre approche de l'étude à un autre niveau de granularité que la précédente, à savoir celui de l'activité effective de l'enseignant médiée par les TN en classe et pour la classe. Cette approche nous amène à compléter notre outillage théorique par des éléments issus de la psychologie cognitive que nous présentons succinctement dans ce qui suit.

3.2.1. Une situation dynamique et ouverte

Nous reprenons l'hypothèse introduite par Rogalski (2003) de considérer l'enseignant en classe comme gérant un environnement dynamique ouvert, qui met en particulier en avant la relation entre la préparation du scénario et son déroulement effectif (anticipation, adaptation), le diagnostic sur la réalisation des tâches par les élèves et la gestion de l'incertitude inhérente à toute situation dynamique ouverte. La notion de « dynamique » est double. D'une part, ce qui se passe dans la classe est déterminé non seulement par les actions de l'enseignant, mais aussi par les activités en cours des élèves. D'autre part, l'apprentissage à moyen ou long terme (et ses limites ou son absence) ne dépend pas simplement des pratiques de l'enseignant, mais aussi de ce que les élèves font en dehors de la classe (par exemple, les devoirs) et de leurs interactions avec des ressources externes. Le terme « ouvert » fait référence au fait qu'il existe (en général) peu, voire aucun, modèle permettant de diagnostiquer les activités et l'apprentissage des élèves : l'enseignant doit les identifier et, souvent, il doit également élaborer et mettre en œuvre des actions sur place pour aider les élèves à comprendre et à accomplir les tâches qui leur sont confiées.

Une situation incluant l'utilisation de TN accentue de fait le caractère « ouvert » de l'environnement et le caractère « dynamique » des activités en classe, du fait de l'interaction entre les rétroactions de la machine/logiciel et les interventions didactiques de l'enseignant. Du point de vue du diagnostic, les enseignants doivent prendre en compte le contenu mathématique à apprendre, les connaissances de leurs élèves sur la TN utilisée¹⁰ et, le cas échéant, l'impact de la transposition informatique (Balacheff, 1994) sur les objets mathématiques en jeu. Les enseignants sont souvent conscients de l'incertitude de leur diagnostic et de la nécessité de recourir à des inférences pour choisir le support didactique approprié. La conséquence d'un diagnostic inadéquat est que leur intervention se situe en dehors de la zone de développement proximal de l'élève (Vygotski, 1978), et peut entraver son travail au lieu de le soutenir. Un développement théorique relatif aux boucles de diagnostic-pronostic-traitement est proposé dans la première partie du texte des ateliers rattachés à ce cours (Abboud *et al.*, 2023 in Vandebrouck *et al.*, 2023).

¹⁰ On peut parler ici de la prise en compte de la genèse instrumentale de l'élève (Trouche, 2005) relativement à la technologie utilisée.

3.2.2. Une activité médiatisée par les technologies

Afin de rendre compte de la présence des technologies, matérielles et conceptuelles, dans l'activité de l'enseignant, nous nous appuyons sur le concept d'activité instrumentée (Rabardel, 1995) du sujet (pour nous l'enseignant) qui se rapporte aux rapports aux objets de son travail ainsi qu'aux tâches qui lui sont prescrites ou qu'il se donne à accomplir. Nous reprenons à notre compte l'idée développée par Béguin et Rabardel (2000) que la relation entre le sujet (ici l'enseignant) et l'objet de son activité (ici le rapport de l'élève au savoir mathématique) passe par la médiation de l'instrument. Cependant, ce dernier n'engendre pas l'action mais la médiatise. Cet instrument médiateur est composé de deux entités : une composante artefact qui peut être matérielle ou symbolique, produite par le sujet ou par d'autres concepteurs ; un ou des schèmes associés, résultant d'une construction autonome du sujet ou d'une appropriation de schèmes sociaux déjà formés extérieurement à lui. Béguin et Rabardel définissent ainsi cet instrument médiateur comme une entité mixte, composite, qui tient à la fois du sujet et de l'artefact et l'illustrent par le schéma suivant (Figure 2) :

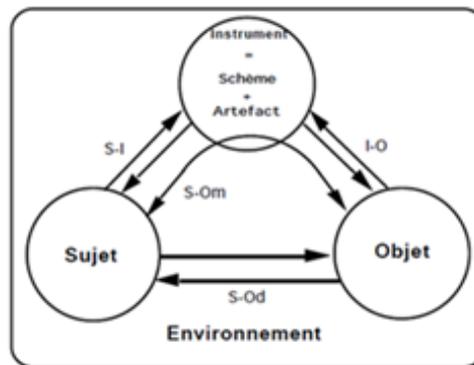


Figure 2. – L'instrument médiateur : une entité composite (d'après Béguin et Rabardel, p. 42)

Dans notre travail, nous faisons usage de ce schéma relativement à deux phases de l'activité de l'enseignant : la phase de préparation (avant la classe) et la phase de déroulement (en classe).

3.2.3. Un concept théorique : les tensions dans l'activité de l'enseignant

Un concept au cœur des analyses dans le cadre de la DA est celui d'itinéraire cognitif (Robert et Rogalski, 2005). L'itinéraire cognitif est la succession des tâches que l'enseignant va proposer à ses élèves et l'anticipation qu'il fait de leurs réactions possibles au cours de la réalisation de ces tâches. Le déroulement lors de la séance n'est pas sous le seul contrôle de l'enseignant, car l'activité des élèves n'est pas complètement prévisible. Comme nous venons de l'expliquer ci-dessus, le caractère dynamique et ouvert de la situation, en plus de la diversité des élèves, et le contexte spécifique de la classe introduisent un facteur d'incertitude. Cette incertitude est accentuée lorsque l'enseignant fait utiliser par les élèves un outil technologique dont il ne peut pas contrôler les rétroactions ni les interprétations qu'en feront les élèves. De ce fait, l'enseignant doit faire face à ces incertitudes spécifiques et à la possibilité de perturbations dans le suivi de l'itinéraire cognitif prévu. Pour rendre compte de ces défis que doit relever l'enseignant, nous introduisons le concept de *tension* qui est central pour les analyses que nous effectuons. Les tensions sont des manifestations de conflits entre la visée de l'enseignant de maintenir l'itinéraire

cognitif voulu et la nécessité de s'adapter aux phénomènes qui surgissent et qui sont dus à la dynamique de la situation de classe. Ces tensions, lorsqu'elles ne sont pas gérées ou le sont de façon inappropriée conduisent à des perturbations qui éloignent le travail mathématique en classe de l'itinéraire prévu (Abboud et Rogalski, 2017). Le schéma de Beguin et Rabardel (ci-dessus) nous offre un moyen pour illustrer cette notion (Figure 3).

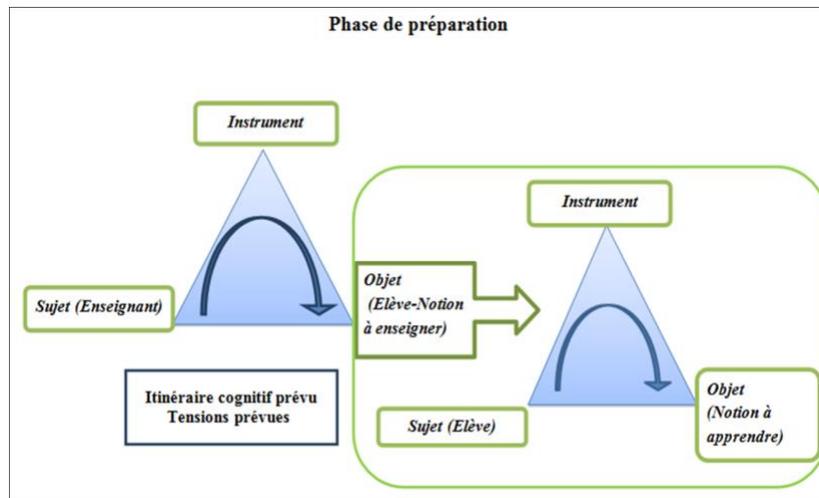


Figure 3a. – Activité instrumentée de l'enseignant en phase de préparation : anticipation de tensions

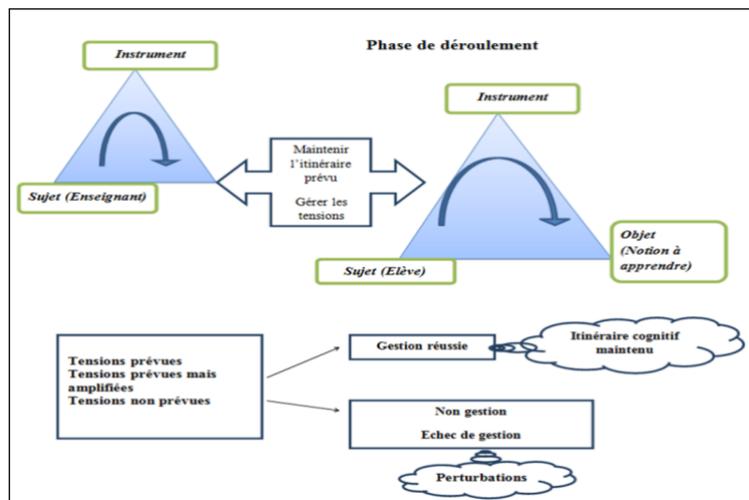


Figure 3b. – Tensions et perturbations dans l'activité instrumentée de l'enseignant dans la phase de déroulement

En effet, lors de la phase de préparation, l'objet de l'activité de l'enseignant est le rapport élève-notion à enseigner, la relation avec cet objet étant médiée par un instrument technologique, voire par un ensemble d'instruments (TN et papier-crayon). L'enseignant envisage un itinéraire cognitif prenant en compte l'activité instrumentée supposée de l'élève. Pendant la phase de déroulement en classe, l'activité de l'enseignant entre en interaction avec l'activité de l'élève et sa relation avec la notion à apprendre, médiée par les instruments de l'élève (prévus ou non par l'enseignant). Dans le cas de l'utilisation d'un outil technologique, l'enseignant est souvent confronté à des tensions dues au rôle que l'environnement

technologique joue dans l'activité de l'élève. Certaines de ces tensions peuvent avoir été anticipées, avec des réponses préparées ; elles peuvent être non prévues, et dans ce cas soit être traitées en temps réel par l'enseignant qui met en œuvre des routines, soit identifiées mais sans que l'enseignant ait les moyens d'y faire face immédiatement, soit non perçues sur le moment. Dans les deux derniers cas, il va se produire des *perturbations*, au sens où le déroulement va diverger de l'itinéraire cognitif prévu.

Les tensions sont déclinées dans nos travaux selon trois types correspondants aux trois axes définis dans la partie 3.1 (cognitif, pragmatique et temporel). Pour plus de détails, nous renvoyons aux écrits de Abboud et Rogalski (2017, 2021).

L'élaboration du concept de tension et sa mise en œuvre effective dans les analyses des observations de classe, nous laisse percevoir son importance pour comprendre ce qui se joue entre les deux phases de préparation et de déroulement lorsque l'activité de l'enseignant est médiatisée par les instruments technologiques dans un environnement dynamique ouvert. Nous faisons l'hypothèse que comprendre et qualifier ces tensions et ces perturbations est essentiel pour appréhender les difficultés observées lorsque des enseignants intègrent un instrument technologique dans leur pratique. Ceci nous permettra aussi de comprendre les facteurs déterminant le développement professionnel de l'enseignant relativement à l'usage des TN, et d'en tirer des éléments pour la formation.

3.2.4. Les interactions élèves-enseignant : diagnostic, aides et proximités

Pour analyser plus avant l'activité de l'enseignant pendant les déroulements, nous avons centré notre regard sur ses interventions lorsqu'il agit directement sur le rapport de l'élève à la réalisation de la tâche et au contenu en jeu. Dans ses travaux sur le discours de l'enseignant en classe de mathématiques, Rogalski (2013) souligne que l'avancée d'une leçon est régulée par les réactions de la classe aux interventions de l'enseignant et distingue deux catégories d'interventions : celles qui visent à comprendre la réponse d'un élève particulier, c'est-à-dire identifier où il en est par rapport au contenu, et celles dirigées vers la classe comme entité, et qui visent à ce que la classe se maintienne dans le travail en cours.

Les analyses des déroulements lorsque les élèves travaillent sur machine montrent des interventions collectives très réduites et une domination des interventions de l'enseignant auprès des élèves individuels¹¹. Abboud-Blanchard, Cazes et Vandebrouck (2013) montrent par exemple que le travail dans une salle informatique (cf. axe pragmatique) implique des progressions individuelles des élèves rendant les interventions collectives inefficaces du fait des rythmes variés d'avancement du travail et que, même si un bilan partiel semble opportun à l'enseignant, il lui est difficile à entreprendre. Les interventions individuelles paraissent alors plus utiles car adaptées au travail spécifique de chaque élève que l'enseignant accompagnerait dans une réflexion personnelle sur son propre travail. Pendant ces moments d'interactions, les élèves peuvent exprimer leur compréhension des notions mathématiques en jeu - compréhension qui peut être façonnée par les interactions avec la technologie utilisée- et exprimer aussi leurs besoins d'aide pour avancer. Se donner les moyens de comprendre la nature des interventions de

¹¹ On traite ici un travail en binôme (ou un groupe de trois élèves) devant une machine comme un individu.

l'enseignant et leur influence éventuelle sur les apprentissages des élèves est un réel important dans nos travaux.

Une intervention auprès d'un élève (ou un petit groupe d'élèves) devant une machine démarre par une étape où l'enseignant fait un bilan du travail accompli en questionnant l'élève, afin de poser un diagnostic sur la difficulté que celui-ci rencontre ou bien afin d'évaluer et valider l'état actuel de l'exécution de la tâche. Ceci implique pour l'enseignant de s'adapter au raisonnement de l'élève en reconstituant le cheminement de son activité médiée par l'instrument technologique. Drijvers *et al.* (2010) souligne que cela représente une complexité accrue dans la gestion de classe et note que ce modèle d'interactions demande à l'enseignant en environnement technologique des « compétences élevées » de diagnostic pour comprendre le problème que rencontre l'élève et pouvoir l'aider. Nos travaux en cours (Abboud et Rogalski, 2021) s'attellent à décrire finement ces moments de diagnostic en ce qu'ils ont de caractéristique dû à la présence d'instruments technologiques dans l'activité de l'enseignant et dans celle de l'élève. Cette présence agit comme amplificateur des phénomènes que l'enseignant rencontre dans toute action de diagnostic (hors TN) (Rogalski, 2013) et semble la rendre plus compliquée et incertaine. S'appuyant sur les travaux de Leplat (1997) en psychologie ergonomique, l'atelier animé par Abboud et Rogalski (Vandebrouck *et al.*, 2023) revient plus en détails sur ces phénomènes et propose un modèle de boucles de régulation permettant de mieux les décrire.

Une fois le diagnostic opéré (qu'il soit complet ou non, ou même non adéquat) l'intervention de l'enseignant prend la forme d'une aide, voire d'une proximité. Ce sont ces deux concepts développés dans le cadre de la DA dont nous présentons dans ce qui suit les adaptations aux environnements TN.

Dans les environnements papier-crayon, Robert *et al.* (2013) ont défini deux types d'aides de l'enseignant. Lorsque l'enseignant choisit pour débloquer l'élève de lui indiquer, plus ou moins directement, une procédure à suivre ou un théorème à utiliser, l'aide est alors qualifiée de procédurale. Lorsque l'enseignant s'appuie sur le travail de l'élève en identifiant ce qui pourrait être généralisé, ou en faisant référence à des concepts généraux déjà appris, l'aide est qualifiée de constructive. En étendant cette typologie aux environnements TN, nous considérons en plus la nature instrumentale de l'aide. Nous distinguons les aides *instrumentales manipulatoires* qui font référence à l'utilisation de la TN, sans faire de lien avec le contenu mathématique associé, et les aides *instrumentales mathématiques*, qui relient l'instrument aux mathématiques. En appliquant la distinction procédurale / constructive à ces deux types d'aides instrumentales, la typologie des aides se trouve ramifiée en quatre types auxquels vient se rajouter un cinquième l'aide *inter-instrumentale*. On observe cette dernière lorsque l'enseignant demande aux élèves de dire, de faire ou de se souvenir de ce qu'ils auraient fait dans un autre environnement, plus familier. Prenons comme exemple le cas où il est demandé à l'élève de construire un cercle qui a pour diamètre un segment AB déjà tracé avec le logiciel Geogebra et que l'enseignant repère que l'élève a construit un cercle de rayon AB. Nous observons plusieurs interventions possibles de la part de l'enseignant qui parfois se succèdent : « *Pour tracer un cercle de diamètre AB avec le papier et le crayon comment fais-tu ?* » (aide inter instrumentale). « *D'accord, tu cherches le milieu de AB, pour trouver l'icône qui te donne le milieu d'un segment sur Geogebra, il faut aller dans le menu point, c'est celui que tu dois utiliser quand tu veux placer un point* » (aide manipulatoire constructive). « *Maintenant que tu as le centre du cercle et son diamètre AB, quelle icône dois-tu utiliser pour tracer le cercle ? Rappelle-moi ce que veut dire un diamètre d'un cercle ? Oui donc A et B sont des points du cercle on peut donc utiliser l'icône cercle (centre-point)* » (enchaînement d'aides instrumentales mathématiques procédurales puis aide manipulatoire constructive). Les résultats de plusieurs de nos

observations montrent que les enseignants utilisent souvent plusieurs types d'aides à la fois et que les aides instrumentales mathématiques sont souvent à fonction procédurale motivée par un souci de faire avancer le travail et de garder les élèves dans l'itinéraire cognitif prévu (Abboud et Paries, 2008) alors que les aides instrumentales manipulatoires alternent les deux fonctions et revêtent un caractère constructif notamment quand l'objectif de l'enseignant (relativement aux déterminants personnels et sociaux des pratiques) est d'encourager l'autonomie de l'élève (Abboud-Blanchard, Cazes et Vandebrouck, 2013).

Nous utilisons cette typologie dans nos études en nous intéressant à la relation entre le diagnostic de l'enseignant, les différentes aides qu'il choisit d'adopter et leur efficacité (Abboud et Rogalski 2017, 2018). Pour explorer cette efficacité et sa portée, nous cherchons à repérer dans le discours de l'enseignant les médiations qui se situent dans la ZPD de l'élève. Dans le cadre de la DA, ces médiations sont qualifiées de proximités. Elles sont associées aux rapprochements explicites que fait l'enseignant entre ce qu'il vise (notamment en termes de connaissances) et ce qui vient des élèves (activités et connaissances déjà-là) (Robert et Vandebrouck, 2014). Le concept de proximités cognitives a été introduit pour étudier le discours de l'enseignant dans des environnements papier-crayon (*ibid.*). Dans les environnements enrichis par les technologies les interventions de l'enseignant qui peuvent relever des proximités ne se situent pas toujours ni au niveau des connaissances mathématiques (proximités cognitives) ni au niveau du discours (proximités discursives). Nous introduisons ainsi la notion de *proximités pragmatiques* qui peuvent être discursives ou non (actions au-delà du discours) et qui sont en particulier relatives à l'utilisation de plusieurs instruments présents dans l'environnement. Les proximités pragmatiques renseignent sur les opportunités que les enseignants offrent à leurs élèves en concevant le rôle des instruments dans la tâche mathématique et en installant l'environnement de travail permettant de réaliser celle-ci pour atteindre l'apprentissage visé. Une intervention discursive ou non discursive peut être planifiée pour se rapprocher le plus possible de la ZPD des élèves (Abboud et Vandebrouck, 2023). Notre travail en cours sur cette nouvelle adaptation théorique est présenté de façon plus détaillée dans la deuxième partie du texte des ateliers rattachés à ce cours (Abboud *et al.*, 2023 in Vandebrouck *et al.*, 2023).

3.3. La DAaT : un cadre au croisement de théories relevant d'une même perspective

Le cadre théorique est au cœur de toute activité de recherche. En didactique des mathématiques on assiste à un foisonnement de théories et cadres théoriques du fait de la multiplicité des questions à traiter et de leur évolution dans un contexte éducatif en perpétuel mouvement. Silver et Herbst (2007) notent que les théories dans le domaine peuvent être classées selon leur « taille de grain » : certaines peuvent être qualifiées de « grandes théories » lorsqu'elles tentent d'organiser l'ensemble du champ, comme, par exemple la TSD, la TAD ou la DA ; d'autres sont plus locales puisqu'elles adoptent des rôles spécifiques en articulant des questions de recherche et l'activité de recherche associée. Dans les deux cas, ces théories peuvent prendre appui sur des théories formelles surplombantes comme celles du développement cognitif de Piaget ou du socioconstructivisme de Vygotsky (Lester, 2010).

Partant de ces considérations, nous qualifions le cadre théorique que nous avons développé, la DAaT, de cadre local et ceci repose sur deux aspects qui le caractérisent. D'une part, il prend appui sur des grandes théories qui s'inscrivent dans une même perspective théorique formelle. D'autre part, il traite des

questions spécifiques de recherche et développe une activité de recherche structurée en deux niveaux complémentaires.

Pour commencer, la DAaT est à la fois rattaché à la double approche et à des théories issues de la psychologie ergonomique comme expliqué plus haut. Toutefois ces « grandes théories » ont une filiation directe avec une même perspective surplombante : la perspective vygostkienne. Comme déjà souligné dans la partie I de ce texte, nous ne sommes pas les seuls à avoir croisé deux ou plusieurs grandes théories, incluant notamment l'approche instrumentale. Dans notre cas, la double approche s'appuie directement sur la théorie de l'activité telle qu'initée dans les travaux de Leontiev (1984) puis exploitée et développée en France dans une perspective de psychologie ergonomique (Leplat, 1997), et ensuite spécifiée à l'enseignement des mathématiques dans le cadre scolaire (Rogalski, 2008 ; Vandebrouck, 2018). L'approche instrumentale mobilise principalement l'idée directement issue des travaux de Vygotsky (1978) sur la médiation des artefacts dans la conceptualisation. Dans la DA, les instruments qui interviennent dans l'activité sont des instruments psychologiques et cognitifs (Rogalski, 2008) plus que matériels. Le concept de situations d'activité instrumentée introduit par Rabardel (1995) dans le cadre de son approche instrumentale se base également sur la conceptualisation initiée par Vygotsky et à sa suite par Léontiev (1976,1984) qui fera jouer un rôle central à l'activité médiatisée par les artefacts dans sa théorie générale de l'activité, ainsi que le souligne Rabardel (2005). Inscire notre cadre théorique (local), la DAaT, au sein de ces héritages lui procure un préalable favorable de cohérence et un degré fiable d'utilisabilité.

Ensuite, les questions de recherche traitées dans la DAaT sont spécifiques à l'exploration de pratiques relatives aux TN dans des contextes ordinaires de classe de mathématique. Le cadre propose ainsi deux niveaux de conceptualisation pour traiter ces questions, le premier global et structurant et le second local et situé. Prendre en compte à la fois ces deux niveaux permet au chercheur d'avoir des visions complémentaires sur ses observations. Le premier niveau s'est concrétisé par une réorganisation et des rajouts partant de la définition des cinq composantes dans le cadre de la DA. Il a permis en particulier de repérer la dimension partagée des pratiques enseignantes dans les contextes professionnels étudiés et de mettre en avant leurs caractéristiques communes. Il a représenté un préalable que nous nous sommes fixé, pour aborder ensuite le deuxième niveau où des concepts théoriques et méthodologiques complémentaires ont été développés pour offrir au chercheur une meilleure intelligibilité de ce qu'il observe lorsqu'il pousse la porte d'une classe de mathématiques où les élèves travaillent sur machines avec des logiciels dédiés.

Enfin, ce que nous avons présenté dans ce texte met en avant la visée fondamentale de la DAaT, à savoir la visée « compréhensive » de l'activité de l'enseignant dans sa classe. Deux visées complémentaires sont également présentes dans le cadre mais que nous ne développons pas ici.

Une visée « anticipative » qui prend comme question centrale celle de l'évolution des pratiques enseignantes. Elle rend compte des dynamiques des genèses d'usages des technologies sur le moyen et le long terme. Pour une présentation détaillée de cette autre élaboration théorique, nous renvoyons le lecteur aux travaux d'Abboud-Blanchard et Vandebrouck (2012, 2013).

Une visée « productive » dont l'objet est de transposer vers la formation les outils développés dans la recherche. Se joue ainsi dans la formation une dynamique entre amener l'enseignant, en utilisant ces outils,

à comprendre ses pratiques (ou les pratiques d'autrui) et former ses pratiques ou agir dessus pour les enrichir (Abboud-Blanchard et Robert, 2015 ; Abboud, Robert et Rogalski, 2020, 2022). C'est la troisième partie du texte des ateliers rattachés à ce cours (Abboud *et al.*, 2023 in Vandebrouck *et al.*, 2023) qui illustre certains aspects de cette visée.

4. Conclusion

Le texte présenté ici a permis d'une part de faire un tour d'horizon sur les perspectives théoriques engagées dans l'étude de la dimension enseignante relative à l'utilisation des TN et d'autre part à situer, présenter et discuter un cadre théorique adapté à cette étude.

Dans la partie I, nous avons fait le constat de la multiplicité des cadres et modèles théoriques développés ces dernières années. Ce constat peut être attribué aussi bien à l'accroissement de l'utilisation des technologies numériques dans l'apprentissage et l'enseignement qu'à l'évolution et la diversification de ces technologies et leur diffusion dans le monde scolaire et au-delà, dans la société. Hoyles *et al.* (2013) soulignent cependant que malgré les développements substantiels de théories et l'évolution importante des technologies, le principal défi de l'intégration des TN reste de savoir comment elles sont utilisées dans les classes pour améliorer les apprentissages mathématiques. Les auteurs posent également la question de comment la recherche peut-elle éclairer les pratiques visant à intégrer la technologie et celles qui parfois contournent la complexité de cette intégration en réitérant des pratiques usuelles ; question soulevée dans le but de soutenir des changements effectifs en classe (*ibid.*).

Partant de ce besoin d'investiguer ce qui se joue dans une classe avec des pratiques ordinaires (et non expérimentales) d'intégration des TN, nous nous sommes tournées vers une théorie, la double approche, qui vise justement à étudier les pratiques enseignantes dans leur réalité didactique et ergonomique. Dans la partie II, nous avons détaillé comment nous avons enrichi et adapté cette théorie pour l'étude de ce qui spécifie les environnements technologiques, définissant par là un nouveau cadre dédié : la DAaT.

Une des questions qui nous a été posée en discussion du cours donné à l'École d'été est pourquoi avons-nous ciblé en particulier les pratiques « ordinaires » ? Nous pensons avoir tout au long de la partie II donné des réponses à cette question, mais nous voulons y revenir ici pour apporter des arguments complémentaires. Les études des utilisations faites dans des conditions expérimentales (ou de projets collaboratifs) fournissent souvent des analyses rigoureuses des mises en œuvre dans les classes et des processus correspondants d'enrichissement des acquisitions des élèves. Pourtant rien ne permet de supposer que ce qui a été efficace lors de ces mises en œuvre et des effets sur les apprentissages le sera aussi, et de façon pertinente, pour des classes et des pratiques ordinaires. En effet, ces dernières sont déterminées par des facteurs internes relevant des conditions et contraintes institutionnelles, sociales (cf. composantes de la DA) et propres à chaque enseignant dans ses conceptions de l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques et son rapport aux technologies. Lagrange et Degleodou (2009) soulignent à cet effet que « l'étude d'usages dans des conditions ordinaires peut aider à mieux comprendre les problèmes épistémologiques, cognitifs et institutionnels que pose la technologie à l'enseignement et à mieux appréhender les pratiques des enseignants, notamment leur stabilité et leur cohérence face aux changements introduits par la technologie ». De plus, ce type d'étude aidera à mieux comprendre des constats qui sont souvent déplorés pour les prescripteurs (institutionnels et innovateurs) d'usages des TN

qui se développent dans des directions qui n'apportent pas une plus-value réelle aux apprentissages (Lagrange, 2013) malgré une ambition déclarée de profiter du potentiel de la technologie (Abboud-Blanchard, 2013).

Nous pensons que le cadre que nous avons développé, et ses ancrages théoriques dans la théorie de la Double approche et l'Approche instrumentale, et au-delà dans la théorie de l'activité, offre un terrain fertile pour de telles études et ceci à différents grains d'analyse et de temporalité. De plus, ces filiations théoriques, permettent non seulement de comprendre la rationalité épistémique des pratiques relatives aux TN mais aussi de ne plus chercher à savoir si les enseignants respectent les prescriptions et de plutôt s'intéresser aux choix conscients, ou non, qu'ils opèrent pour procéder à des ajustements sur ces prescriptions, ainsi que les contraintes pesant sur ces ajustements (Robert et Rogalski, 2002).

Enfin, les constructions théoriques que nous avons présentées aussi bien dans la partie I que dans la partie II et les résultats qu'elles engendrent peuvent être considérer comme des leviers pour développer la formation des enseignants aux TN (Emprin 2019). En effet, elles ouvrent une fenêtre sur les pratiques des enseignants et permettent de construire une connaissance de leurs trajectoires professionnelles (Hoyle et Noss, 2003) qui est à notre sens un préalable pour aborder les moyens pour supporter le développement de ces pratiques et au-delà pour penser la formation des enseignants.

Pour conclure cet article, nous revenons sur le contexte français et le regard que porte l'institution sur l'état actuel de l'intégration des technologies numérique. Dans le dernier rapport du Centre national d'étude des systèmes scolaires (Cnesco) sur le numérique et les apprentissages scolaires (Mons *et al.*, 2020), il est souligné que l'intégration des outils numériques dans l'enseignement des mathématiques est bien réelle mais reste encore limitée dans la plupart des classes, que ce soit au collège comme au lycée et ceci malgré une offre croissante des outils mis à disposition des enseignants. Le rapport conclut sur le rôle central de la formation des enseignants pour intégrer, dans des pratiques ordinaires, des technologies dont l'efficacité a été attestée en milieu expérimental.

Nous avons montré qu'il importe néanmoins que les enseignants en formation apprennent non seulement à faire des mathématiques avec des TN, nouvelles ou habituelles, mais aussi de les analyser, d'anticiper les procédures des élèves et les connaissances mobilisées avec ces TN dans le contexte d'une classe donnée (Laborde, 2018).

Le développement des recherches sur les pratiques enseignantes avec l'ensemble des dimensions et approches abordées dans ce texte ne peut que contribuer à une réflexion constructive sur la formation des enseignants. La transposition d'outils et de résultats de la recherche vers la formation devrait être assurée en premier par les chercheurs lorsqu'ils agissent comme formateurs. Leur intervention au niveau de la formation de formateurs et sur un temps long est nécessaire pour rendre opérationnels ces acquis de la recherche (Abboud, Robert et Rogalski, 2020, 2022).

Références

- Abboud-Blanchard, M. (2013). *Les technologies dans l'enseignement des mathématiques. Études des pratiques et de la formation des enseignants. Synthèses et nouvelles perspectives*. Note de synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches. Université Paris Diderot.
- Abboud-Blanchard, M. (2014). Teachers and technologies: shared constraints, common responses. In A. Clark-Wilson, O. Robutti et N. Sinclair (Eds.), *The Mathematics Teacher in the Digital Era: An International Perspective on Technology Focused Professional Development* (p. 297-318). Springer.
- Abboud-Blanchard, M. et Chappet-Paries, M. (2008). L'enseignant dans une séance de géométrie dynamique. Comparaison avec une séance de géométrie papier-crayon. In F. Vandebrouck (Ed.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (p. 261-292). Octarès.
- Abboud-Blanchard, M. et Vandebrouck, F. (2012). Analysing teachers' practices in technology environments from an Activity Theoretical approach. *The International Journal for Technology in Mathematics Education*, 19.4, 159-164.
- Abboud-Blanchard, M. et Vandebrouck, F. (2013). De l'analyse d'usages des TICE à une articulation de cadres théoriques pour l'étude des pratiques enseignantes. In J.-B. Lagrange (Ed.), *Les technologies numériques pour l'enseignement : usages dispositifs et genèses* (p. 111-128). Octarès.
- Abboud-Blanchard, M., Cazes, C. et Vandebrouck, F. (2013). Théorie de l'activité et double approche : genèses d'usage de bases d'exercices en ligne. In J.B. Lagrange (Ed.), *Les technologies numériques pour l'enseignement : usages dispositifs et genèses* (p. 37-54). Octarès.
- Abboud-Blanchard, M. et Robert, A. (2015). Former des formateurs d'enseignants de mathématiques du secondaire : un besoin, une expérience et une question d'actualité. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, vol 20, 181-206.
- Abboud, M. et Rogalski, J. (2017). Des outils conceptuels pour analyser l'activité de l'enseignant « ordinaire » utilisant des technologies en classe. *Recherches en didactique des mathématiques*, 37/2-3, 161-216.
- Abboud, M. et Rogalski, J. (2018). Concepts et méthodes pour analyser l'activité de l'enseignant utilisant des technologies. In J. Pilet et C. Vendeira (Eds.), *Actes du Séminaire national de didactique des mathématiques* (p. 43-52). ARDM, Paris.
- Abboud, M., Robert, A. et Rogalski, J. (2020). Educating mathematics teacher educators. The transposition of didactical research and the development of researchers and teacher educators. In K. Beswick et O. Chapman (Eds.), *The Mathematics Teacher Educator as a Developing Professional: Vol. 4 of The International Handbook of Mathematics Teacher Education (Edition 2)* (p. 131-156). Brill/Sense Publisher.
- Abboud, M. et Rogalski, J. (2021). Open dynamic situations of classroom use of Digital Technologies: investigating teachers' interventions. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 21(2), 424-440.
- Abboud, M., Robert, A. et Rogalski, J. (2022). Interroger les pratiques de formation des professeurs de mathématiques : orientations de recherche et perspectives (un agenda). *Annales de didactique et de sciences cognitives*, numéro thématique « Les pratiques de formation à l'enseignement des mathématiques. Une approche par la recherche en didactique », 1, 261-285.
- Abboud, M. et Vandebrouck, F. (2023). Tensions and Proximities in teaching-learning activities: Case study of a teacher's implementation of tablet-based lessons. In A. Clark-Wilson, O. Robutti et N. Sinclair (Eds.), *The Mathematics Teacher in the Digital Era – 2nd edition* (p. 181-211). Springer.
- Abboud, M., Emprin, F., Rogalski, J. et Vandebrouck, F. (2023). Les technologies dans l'enseignement : activité de l'enseignant en classe et en formation. In F. Vandebrouck, F. Emprin, C. Ouvrier-Bufferet et L. Vivier, L. (Eds.), *Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques, actes de EE21* (p. 91-111). IREM de Paris - Université Paris Cité.
- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematics Learning*, 7, 245-274.
- Artigue, M. (2007). Digital technologies: a window on theoretical issues in mathematics education. In D. Pitta-Oantazi et G. Philippou (Eds.), *Proceedings of CERME 5* (p. 68-82). Cyprus University Editions.
- Artigue, M., Abboud-Blanchard, M., Cazes, C. et Vandebrouck, F. (Eds.). (2007). *Suivi de l'expérimentation de la région Île de France : ressources en ligne pour l'enseignement des mathématiques en classe de seconde*. Rapport final. IREM de Paris 7.
- Balacheff, N. (1994). Didactique et intelligence artificielle. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 14(1), 9-42.
- Ball, D. L., Thames, M. H. et Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.

- Bartolini Bussi, M. G. et Mariotti, M. A. (2008). Semiotic Mediation in the Mathematics Classroom: Artifacts and Signs after a Vygotskian Perspective In L.D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (p. 750-787). Mahwah, NJ: LEA.
- Béguin, P. et Rabardel, P. (2000). Concevoir pour les activités instrumentées. *Revue d'intelligence artificielle*, 14(1-2), 35–54.
- Bottino, R.-M. et Furinghetti, F. (1996). The emerging of teachers' conceptions of new subjects inserted in mathematics programs: the case of informatics. *Educational Studies in Mathematics* 30, 109-134.
- Bozkurt, G. et Ruthven, K. (2018). The activity structure of technology based mathematics lessons: A case study of three teachers in English secondary schools. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 254–272.
- Bruillard, É. et Baron, G.-L. (2006). Usages en milieu scolaire : caractérisation, observation et évaluation. In M. Grandbastien et J.-M. Labat (dirs.), *Environnements informatiques pour l'apprentissage humain* (p. 269-284). Traité IC2, Lavoisier, Paris.
- Caliskan-Dedeoglu, N. (2006). *Usages de la géométrie dynamique par des enseignants de collège. Des potentialités à la mise en œuvre : quelles motivations, quelles pratiques ?* Thèse de doctorat, Université Paris 7.
- Clark-Wilson, A., Aldon, G., Kohanová, I. et Robutti, O. (2017). Introduction to the papers of TWG15: Teaching mathematics with resources and technology. In T. Dooley et G. Gueudet (Eds.) *Proceedings of the 10th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (p. 2324-2333). Dublin.
- Clark-Wilson, A., Robutti, O. et Thomas, M. O. J. (2020). Teaching with technology. *ZDM-Mathematics Education*, 52(7), 1223–1242.
- Cuban, L., Kirkpatrick, H. et Peck, C. (2001). High access and low use of technologies in high school classrooms: Explaining an apparent paradox. *American Educational Research Journal*, 38(4), 813-834.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H. et Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in mathematics*, 75, 213-234.
- Emprin, F. (2019). *La question des savoirs dans la formation des enseignants aux mathématiques. De l'analyse des pratiques de formation à la simulation informatique en formation*. Note de synthèse pour l'obtention de l'habilitation à diriger des recherches, Université de Reims Champagne Ardenne.
- Hoyle, C. et Noss, R. (2003). What can digital technologies take from and bring to research in mathematics education? In A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick et F. K. S. Leung (Eds.), *Second international handbook of research in mathematics education* (p. 323-349). Kluwer.
- Hoyle, C. et Lagrange, J.B. (Eds.) (2010). *Digital technologies and Math Education. Rethinking the terrain. The 17th ICMI Study*. Springer.
- Hoyle, C., Noss, R., Roschelle, J., Vahey, P. (2013). Cornerstone Mathematics: Designing Digital Technology for Teacher Adaptation and Scaling. *International Journal on Mathematics Education (ZDM)*, 45 (7), 1057–1070.
- Laborde, C. (2018). Intégration de technologies de mathématiques dynamiques dans l'enseignement. In J.-L. Dorier, G. Gueudet, M.-L. Peltier, A. Robert, E. Roditi (Eds.), *Enseigner les mathématiques. Didactique et enjeux d'apprentissage* (p. 336- 366). Belin.
- Lagrange J.B. (2000). L'intégration d'instruments informatiques dans l'enseignement : Une approche par les techniques. *Educational Studies in Mathematics*, 43(1), 1-30.
- Lagrange, J.-B. (Ed.) (2013). *Les technologies numériques pour l'enseignement : usages dispositifs et genèses*. Octarès.
- Lagrange, J. B., Artigue, M., Laborde, C. et Trouche, L. (2003). Technology and math education: a multidimensional overview of recent research and innovation. In J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick et F. Leung (Eds.), *Second International Handbook of Mathematics Education* (p. 237-270). Kluwer.
- Lagrange, J.-B. et Degleodu, N. (2009). Usages de la technologie dans des conditions ordinaires : le cas de la géométrie dynamique au collège. *Recherches en didactique des mathématiques*, 29(2), 189–226.
- Lagrange, J.-B. et Monaghan, J. (2009). On the adoption of a model to interpret teachers' use of technology in mathematics lessons. In *Proceedings of the Sixth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (p. 1605-1614). University of Lyon.
- Leontiev A. (1976). *Le développement du psychisme. Problèmes*, Éditions sociales (1^{re} édition, 1972, en russe).
- Leontiev A. (1984). *Activité Conscience Personnalité*. Éditions du Progrès (1^{re} édition, 1975, en russe).
- Lester, F. (2010). Theories of Mathematics Education. *ZDM: the international journal on mathematics education*, 37(6), 457-467.

- Leplat, J. (1997). *Regards sur l'activité en situation de travail*. PUF.
- Mishra, P. et Koehler, M. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, 108(6), 1017–1054.
- Monaghan, J. (1998). Teachers and technology. In D. Guin (Ed.), *Acte du colloque francophone européen, Calculatrices symboliques et géométriques dans l'enseignement des mathématiques*. IREM de Montpellier.
- Monaghan, J. (2004). Teachers' activities in technology-based mathematics lessons. *The International Journal of computers for mathematical learning*, vol.9, 327-357.
- Mons, N., Tricot, A., Chesné, J-F. et Botton, H. (2020). *Numérique et apprentissages scolaires. Dossier de synthèse*. Cnesco.
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies ; approche cognitive des instruments contemporains*. Armand Colin.
- Rabardel, P., (1999). Éléments pour une approche instrumentale en didactique des Mathématiques. In M. Bailleul (Ed.), *Actes de la dixième université d'été de didactique des mathématiques* (p. 203-213). Université de Caen.
- Rabardel, P. (2005). Instrument subjectif et développement du pouvoir d'agir. In P. Rabardel et P. Pastré (Eds.) *Modèles du sujet pour la conception. Dialectiques activités développement*. Octarès
- Robert, A. et Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *La Revue Canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies (RCESMT / CJSMT)*, 2(4), 505-528.
- Robert, A. et Rogalski, J. (2005). A cross-analysis of the mathematics teacher's activity. An example in a French 10th-grade class. *Educational Studies in Mathematics*, 59(1-3), 269-298.
- Robert, A., Lattuati, M. et Penninckx, J. (2013). *Une caméra au fond de la classe de mathématiques. (Se) former au métier d'enseignant du secondaire à partir d'analyses de vidéos*. Presses universitaires de Franche Comté.
- Robert, A. et Vandebrouck, F. (2014). Proximités en acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : analyses de séances sur des tâches complexes. *Recherche en didactique des mathématiques*, 34(2/3), 239–285.
- Rogalski, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23(3), 343-388.
- Rogalski, J. (2008). Le cadre général de la théorie de l'activité. Une perspective de psychologie cognitive. In F. Vandebrouck (Ed.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (p. 23-30). Octarès.
- Rogalski, J. (2013). Theory of Activity and Developmental Frameworks for an Analysis of Teachers' Practices and Students' Learning. In F. Vandebrouck (Ed.), *Mathematics Classrooms: Students' Activities and Teachers' Practices* (p. 3-23). Sense Publishers.
- Ruthven, K. (2009). Towards a naturalistic conceptualisation of technology integration in classroom practice: The example of school mathematics. *Éducation et Didactique*, 3(1), 131-149.
- Ruthven, K. (2010). Constituer les outils et les supports numériques en ressources pour la classe. In G. Gueudet et L. Trouche (Eds.). *Ressources vives, le travail documentaire du professeur* (p. 183-199). Presses universitaires de Rennes.
- Ruthven, K. (2014). Frameworks for analysing the expertise that underpins successful integration of digital technologies into everyday teaching practice. In A. Clark-Wilson, O. Robutti et N. Sinclair (Eds.), *The Mathematics Teacher in the Digital Era: An International Perspective on Technology Focused Professional Development* (p. 373-394). Springer.
- Ruthven, K. et Hennessy, S. (2002). A practitioner model of the use of computer-based tools and resources to support mathematics teaching and learning. *Educational Studies in Mathematics*, 49(1), 47-88.
- Saxe, G.-B. (1991). *Culture and cognitive development: Studies in mathematical understanding*. Laurence Erlbaum Associates.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Silver, E. A. et Herbst, P. G. (2007). Theory in mathematics education scholarship. In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (p. 39-67). Information Age Publishing
- Sinclair, N. et Yerushalmy, M. (2016). Digital Technology in Mathematics Teaching and Learning. In Á., Gutiérrez, G. Leder et P. Boero (Eds.), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (p. 235-274). Sense Publishers.
- Thomas, M. O. J. et Palmer, J. (2014). Teaching with digital technology: Obstacles and opportunities. In A. Clark-Wilson, O. Robutti et N. Sinclair (Eds.), *The mathematics teacher in the digital era: An international perspective on technology focused professional development* (p. 71-89). Springer.

- Trgalova, J., Clark-Wilson, A. et Weigand, H. (2018). Technology and resources in mathematics education. In T. Dreyfus, M. Artigue, D. Potari, S. Prediger et K. Ruthven (Eds.), *Development of European Research in Mathematics Education: Twenty Years of Communication, Cooperation and Collaboration* (p. 142-161). Routledge.
- Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(3), 281–307.
- Trouche, L. (2005). Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques : nécessité des orchestrations. *Recherches en didactique des mathématiques*, 25 (1), 91-138.
- Vandebrouck, F. (Ed.) (2008). *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Octarès.
- Vandebrouck, F. (2018). Activity Theory in French Didactic Research. *Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education, Hamburg Germany*.
- Vandebrouck, F., Emprin, F., Ouvrier-Bufferet, C. et Vivier, L. (2023). *Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques : la preuve, la modélisation et les technologies numériques. Volume des ateliers des actes de l'école d'été 21*. IREM de Paris.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.